



直線方程

Name: _____

Class: _____

1. 直線 L 的方程為 $kx + 5y - 2k = 0$ ，其中 k 為常數。若 L 垂直於直線 $10x - 4y + 7 = 0$ ，求 L 的 y 截距。

A. $-\frac{4}{5}$

B. $-\frac{2}{5}$

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

2. 求常數 k ，使得直線 $4x - 6y = 5k$ 與 $kx + 9y = 4$ 不相交。

A. -9

B. -6

C. 6

D. 9

3. 直線 L 垂直於直線 $8x - 3y + 24 = 0$ 。若 L 的 x 截距為 -4 ，則 L 的方程為

A. $3x + 8y + 12 = 0$

B. $3x + 8y - 12 = 0$

C. $8x - 3y + 12 = 0$

D. $8x - 3y - 12 = 0$

4. 直線 L_1 的方程為 $3x + 4y - 24 = 0$ 。直線 L_2 垂直於 L_1 ，並與 L_1 相交於 y 軸上的一點。求由 L_1 、 L_2 及 x 軸所圍成區域的面積。

A. 24

B. $\frac{75}{2}$

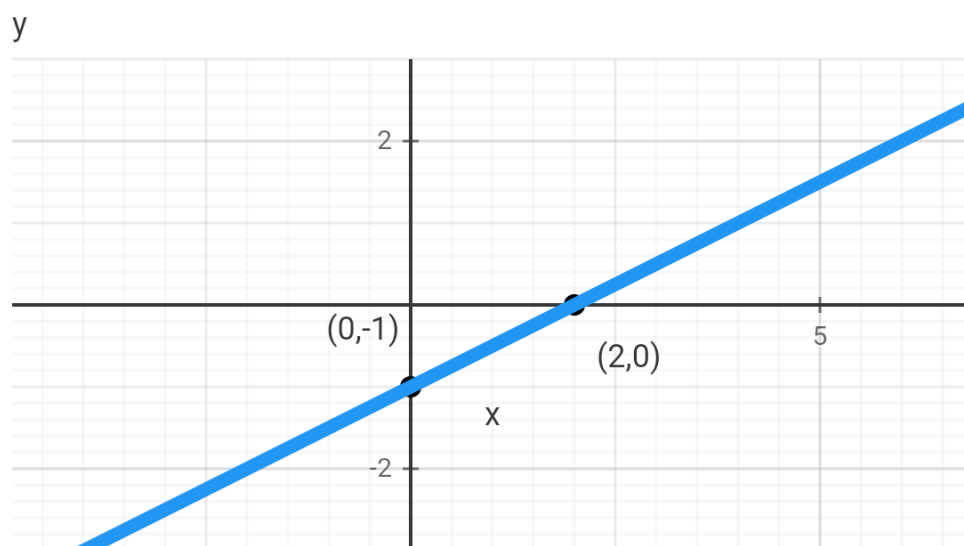
C. 48

D. 75

5. 求常數 a ，使得直線 $3x + (a + 2)y - 7 = 0$ 與 $ax - 6y + 1 = 0$ 互相垂直。

- A. -6
- B. -4
- C. 2
- D. 4

6. 圖中顯示直線 $mx + ny = 4$ 的圖像。

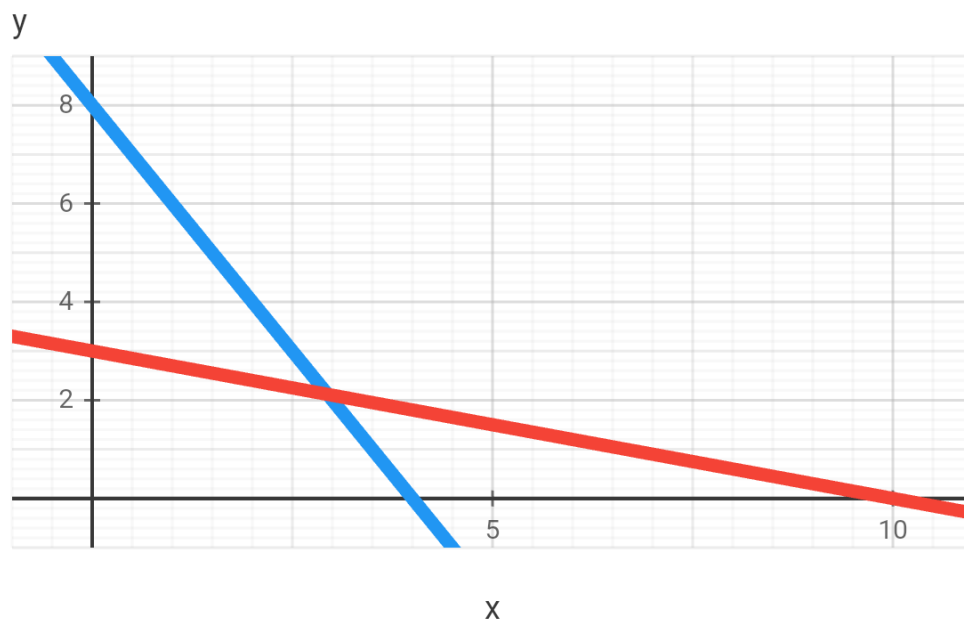


下列哪些是正確的？

- I. $m > 0$
- II. $n < 0$
- III. $m + n = 0$

- A. 只有 I 及 II
- B. 只有 I 及 III
- C. 只有 II 及 III
- D. I、II 及 III

7. 在圖中，直線 L_1 及 L_2 的方程分別為 $ax + y = b$ 及 $cx + y = d$ 。



— L_1 — L_2

下列哪些是正確的？

- I. $a > 0$
- II. $a > c$
- III. $b > d$
- IV. $ad > bc$

- A. 只有 I、II 及 III
- B. 只有 I、II 及 IV
- C. 只有 I、III 及 IV
- D. I、II、III 及 IV

8. 若直線 $hx + ky + 12 = 0$ 與 $4x + 3y - 8 = 0$ 互相垂直，並且相交於 x 軸上的一點，則 $k =$

- A. -8
- B. -6
- C. 6
- D. 8

9. 點 A 及 B 的坐標分別為 $(5, -2)$ 及 $(-1, 6)$ 。若 C 是位於直線 $x - 2y = 0$ 上的一點，使得 $AC = BC$ ，則 C 的 x 坐標為

- A. -2
- B. -1
- C. -3
- D. -4

10. 點 A、B 及 C 的坐標分別為 (2, 4)、(6, 10) 及 (8, 2)。設 P 為一點，使得 AP 是 $\triangle ABC$ 的一條中線。求通過 A 及 P 的直線方程。

A. $2x - 5y + 16 = 0$

B. $2x - 5y - 16 = 0$

C. $5x - 2y - 2 = 0$

D. $5x + 2y - 18 = 0$

1 D

把 $10x - 4y + 7 = 0$ 改寫成斜截式：

$$4y = 10x + 7$$

$$y = \frac{5}{2}x + \frac{7}{4}$$

此直線的斜率為 $\frac{5}{2}$ 。

由於 L 與它垂直，L 的斜率為 $-\frac{2}{5}$ 。

把 $kx + 5y - 2k = 0$ 改寫為

$$5y = -kx + 2k$$

$$y = -\frac{k}{5}x + \frac{2k}{5}$$

令斜率相等： $-\frac{k}{5} = -\frac{2}{5}$ ，故 $k = 2$ 。

L 的 y 截距為 $\frac{2k}{5} = \frac{4}{5}$ 。

2 B

兩條直線不相交當且僅當它們平行且不相同。

由 $4x - 6y = 5k$ ：

$$6y = 4x - 5k, \text{ 故斜率 } = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}。$$

由 $kx + 9y = 4$ ：

$$9y = -kx + 4, \text{ 故斜率 } = -\frac{k}{9}。$$

要使兩線平行， $-\frac{k}{9} = \frac{2}{3}$ ，因此 $k = -6$ 。

當 $k = -6$ 時，方程變成 $4x - 6y = -30$ 及 $-6x + 9y = 4$ 。

把第一式乘以 $\frac{3}{2}$ 得 $6x - 9y = -45$ ，或 $-6x + 9y = 45$ ，與 $-6x + 9y = 4$ 不相同。

因此兩線平行且相異，故當 $k = -6$ 時不相交。

3 A

由 $8x - 3y + 24 = 0$:

$$3y = 8x + 24, \text{ 故斜率} = \frac{8}{3}。$$

因此 L 的斜率為 $-\frac{3}{8}$ 。

L 的 x 截距為 -4 ，故它經過 $(-4, 0)$ 。

利用點斜式：

$$y - 0 = -\frac{3}{8}(x - (-4))$$

$$y = -\frac{3}{8}(x + 4)$$

$$8y = -3x - 12$$

$$3x + 8y + 12 = 0$$

4 B

對於 $3x + 4y - 24 = 0$ ，令 $x = 0$ 得 $y = 6$ 。故 L_1 與 y 軸相交於 $(0, 6)$ 。

L_1 的斜率為 $-\frac{3}{4}$ ，故 L_2 的斜率為 $\frac{4}{3}$ 。

L_2 的方程： $y - 6 = \frac{4}{3}x$ ，即 $4x - 3y + 18 = 0$ 。

L_1 的 x 截距：令 $y = 0$ ， $x = 8$ 。

L_2 的 x 截距：令 $y = 0$ ， $4x + 18 = 0$ ，故 $x = -\frac{9}{2}$ 。

所圍區域是以 $(-\frac{9}{2}, 0)$ 、 $(8, 0)$ 及 $(0, 6)$ 為頂點的三角形。

$$\text{面積} = \frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高} = \frac{1}{2} \times \left(8 - \left(-\frac{9}{2}\right)\right) \times 6 = \frac{1}{2} \times \frac{25}{2} \times 6 = \frac{75}{2}。$$

第一條直線的斜率：由 $3x + (a+2)y - 7 = 0$ ，斜率 $m_1 = -\frac{3}{a+2}$ （前提是 $a \neq -2$ ）。

第二條直線的斜率：由 $ax - 6y + 1 = 0$ ，斜率 $m_2 = \frac{a}{6}$ 。

兩線垂直時， $m_1 m_2 = -1$ ：

$$\left(-\frac{3}{a+2}\right)\left(\frac{a}{6}\right) = -1$$

$$\frac{3a}{6(a+2)} = 1$$

$$\frac{a}{2(a+2)} = 1$$

$$a = 2(a+2)$$

$$a = 2a + 4$$

$$a = -4$$

檢驗： $a = -4 \neq -2$ ，故有效。

該直線經過 $(2, 0)$ 及 $(0, -1)$ 。

把 $(2, 0)$ 代入 $mx + ny = 4$ ：

$$2m = 4 \Rightarrow m = 2 > 0。故 I 正確。$$

把 $(0, -1)$ 代入：

$$-n = 4 \Rightarrow n = -4 < 0。故 II 正確。$$

其後 $m + n = 2 + (-4) = -2 \neq 0$ 。故 III 不正確。

因此只有 I 及 II 正確。

改寫成 $y = -ax + b$ 及 $y = -cx + d$ 。

兩線的斜率皆為負，故 $-a < 0$ 及 $-c < 0$ ，得 $a > 0$ 及 $c > 0$ 。因此 I 正確。

由圖可見， L_1 比 L_2 更陡。由於兩斜率皆為負， L_1 的斜率小於 L_2 的斜率，即

$$-a < -c。兩邊乘以 -1 得 $a > c$ 。因此 II 正確。$$

L_1 的 y 截距大於 L_2 的 y 截距，故 $b > d$ 。III 正確。

x 截距分別為 $\frac{b}{a}$ 及 $\frac{d}{c}$ 。由圖可見 $\frac{b}{a} < \frac{d}{c}$ 。由於 a 、 c 、 b 及 d 皆為正，兩邊乘以 ac 得

$$bc < ad，即 $ad > bc$ 。IV 正確。$$

因此 I、II、III 及 IV 皆正確。

8 D

$4x + 3y - 8 = 0$ 的斜率為 $-\frac{4}{3}$ 。

$hx + ky + 12 = 0$ 的斜率為 $-\frac{h}{k}$ 。

垂直：斜率之積 = -1 ：

$$\left(-\frac{h}{k}\right)\left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{4h}{3k} = -1$$

$$4h = -3k \Rightarrow h = -\frac{3k}{4}$$

它們相交於 x 軸，故令 $y = 0$ ：

由第二條直線： $4x - 8 = 0 \Rightarrow x = 2$ 。

由第一條直線： $h(2) + 12 = 0 \Rightarrow 2h = -12 \Rightarrow h = -6$ 。

然後 $-6 = -\frac{3k}{4} \Rightarrow 6 = \frac{3k}{4} \Rightarrow k = 8$ 。

9 A

C 位於直線 $x - 2y = 0$ 上，故設 $C = (2t, t)$ 。

由於 C 與 A、B 等距，C 位於 AB 的垂直平分線上。

AB 的中點： $\left(\frac{5 + (-1)}{2}, \frac{-2 + 6}{2}\right) = (2, 2)$ 。

AB 的斜率： $\frac{6 - (-2)}{-1 - 5} = \frac{8}{-6} = -\frac{4}{3}$ 。

垂直平分線的斜率： $\frac{3}{4}$ 。

垂直平分線的方程： $y - 2 = \frac{3}{4}(x - 2)$

$$4(y - 2) = 3(x - 2)$$

$$4y - 8 = 3x - 6$$

$$3x - 4y + 2 = 0$$

與 $x - 2y = 0$ (即 $x = 2y$) 聯立求解：

$$3(2y) - 4y + 2 = 0$$

$$6y - 4y + 2 = 0$$

$$2y = -2$$

$$y = -1, \text{ 故 } x = -2$$

C 的 x 坐標為 -2 。

BC 的中點 M 為 $\left(\frac{6+8}{2}, \frac{10+2}{2}\right) = (7, 6)$ 。

由於 AP 是中線，P 位於直線 AM 上，故所求直線是通過 A (2, 4) 及 M (7, 6) 的直線。

$$\text{斜率} = \frac{6-4}{7-2} = \frac{2}{5}。$$

$$\text{方程：} y - 4 = \frac{2}{5}(x - 2)$$

$$5(y - 4) = 2(x - 2)$$

$$5y - 20 = 2x - 4$$

$$2x - 5y + 16 = 0。$$