



概率法則與條件事件

Name: _____

Class: _____

1. 在一個班中，喜歡足球的學生集合記為 F ，喜歡籃球的學生集合記為 B 。下列哪一項代表喜歡足球或籃球但不同時喜歡兩者的學生集合？

- A. $F \cap B$
- B. $F \cup B$
- C. $(F \cup B) \setminus (F \cap B)$
- D. $F \setminus B$

2. 事件 A 與 B 互斥。已知 $P(A) = 0.35$ 及 $P(B) = 0.28$ 。求 $P(A \cup B)$ 。

- A. 0.07
- B. 0.63
- C. 0.098
- D. 0.91

3. 三月某天會下雨的概率是 0.4。求該天不會下雨的概率。

- A. 0.24
- B. 0.4
- C. 0.6
- D. 1.4

4. 獨立拋擲兩枚公正硬幣。設 A 為第一枚硬幣出現字的事件， B 為第二枚硬幣出現字的事件。下列哪一項正確？

- A. $P(A \cap B) = 0$
- B. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- C. $P(A \cap B) = P(A)P(B)$
- D. $P(A|B) = 0$

5. 一個袋中有 5 個紅球和 3 個藍球。依次隨機取出兩球（不放回）。求第一球是紅球而第二球是藍球的概率。

A. $\frac{15}{56}$

B. $\frac{15}{64}$

C. $\frac{5}{14}$

D. $\frac{8}{56}$

6. 已知 $P(A) = 0.6$ 、 $P(B) = 0.5$ 及 $P(A \cap B) = 0.3$ 。求 $P(A|B)$ 。

A. 0.2

B. 0.3

C. 0.5

D. 0.6

7. 擲一枚公正骰子。設 A 為得到偶數的事件， B 為得到大於 4 的數的事件。求 $P(A \cup B)$ 。

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{5}{6}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{1}{3}$

8. 當 Ken 射擊目標時，他擊中目標的概率是 0.8。他獨立射擊兩次。求他剛好擊中目標一次的概率。

A. 0.16

B. 0.32

C. 0.36

D. 0.64

9. 一個盒子中有 4 張白色卡片和 6 張黑色卡片。依次隨機取出兩張卡片（不放回）。已知第二張卡片是白色，求第一張卡片也是白色的概率。

A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{2}{9}$

10. 一項測驗有三條題目。Amy 答對第一、第二和第三題的概率分別是 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{4}$ 。假設她對三條題目的答案互相獨立。求她最多答對兩題的概率。

A. $\frac{1}{24}$

B. $\frac{5}{24}$

C. $\frac{23}{24}$

D. $\frac{11}{12}$

Answers

1 C

喜歡足球或籃球但不同時喜歡兩者的學生集合是 F 與 B 的對稱差。
這包括只在 F 或只在 B 的學生，可寫成 $(F \cup B) \setminus (F \cap B)$ ，或等價地 $(F \setminus B) \cup (B \setminus F)$ 。
在選項中， $(F \cup B) \setminus (F \cap B)$ 符合此意思。

2 B

若兩個事件互斥，它們不能同時發生，所以 $P(A \cap B) = 0$ 。
根據加法法則，
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$= 0.35 + 0.28 - 0$$
$$= 0.63。$$

3 C

設 R 為下雨事件。則不會下雨的事件是補事件 R' 。
根據補事件性質，
$$P(R') = 1 - P(R) = 1 - 0.4 = 0.6。$$

4 C

每枚公正硬幣 $P(\text{字}) = \frac{1}{2}$ 。
由於拋擲互相獨立，
$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}。$$

又 $P(A) = \frac{1}{2}$ 及 $P(B) = \frac{1}{2}$ ，所以 $P(A)P(B) = \frac{1}{4}$ 。
故 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ ，這是獨立事件的定義。選項 C 正確表述了這一點。

5 A

開始時球的總數是 $5 + 3 = 8$ 。

第一球是紅球的概率：

$$P(\text{第一紅}) = \frac{5}{8}。$$

已知第一球是紅球後，餘下 7 球中有 3 個藍球，所以

$$P(\text{第二藍}|\text{第一紅}) = \frac{3}{7}。$$

根據相依事件的乘法法則，

$$P(\text{第一紅且第二藍}) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{56}。$$

6 D

條件概率的定義為

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}，\text{前提是 } P(B) \neq 0。$$

代入已知數值：

$$P(A|B) = \frac{0.3}{0.5} = 0.6。$$

7 C

樣本空間： $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 。

$$A = \{2, 4, 6\}，\text{所以 } P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}。$$

$$B = \{5, 6\}，\text{所以 } P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}。$$

$$A \cap B = \{6\}，\text{所以 } P(A \cap B) = \frac{1}{6}。$$

根據加法法則，

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}。$$

設 H 表示擊中， M 表示未擊中。則 $P(H) = 0.8$ 及 $P(M) = 0.2$ 。

剛好擊中一次可以有兩種互斥情況： HM 或 MH 。

由於射擊互相獨立，

$$P(HM) = 0.8 \times 0.2 = 0.16$$

$$P(MH) = 0.2 \times 0.8 = 0.16$$

根據加法法則，

$$P(\text{剛好擊中一次}) = 0.16 + 0.16 = 0.32。$$

我們要求 $P(\text{第一白}|\text{第二白})$ 。

設 W_1 和 W_2 分別為第一張和第二張卡片是白色的事件。

根據定義，

$$P(W_1|W_2) = \frac{P(W_1 \cap W_2)}{P(W_2)}。$$

$$P(W_1 \cap W_2) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}。$$

對於 $P(W_2)$ ，以第一張卡片為條件：

$$P(W_2) = P(W_1)P(W_2|W_1) + P(W_1')P(W_2|W_1')$$

$$= \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} + \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{12}{90} + \frac{24}{90} = \frac{36}{90} = \frac{2}{5}。$$

因此

$$P(W_1|W_2) = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{5}} = \frac{2}{15} \times \frac{5}{2} = \frac{1}{3}。$$

「最多答對兩題」是「三題全對」的補事件。

由於答案互相獨立，

$$P(\text{三題全對}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{24}。$$

故

$$P(\text{最多答對兩題}) = 1 - \frac{1}{24} = \frac{23}{24}。$$